

ШИФР 10-83

Олимпиадная работа  
Муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников  
по математике

учащегося 10 класса  
муниципального автономного общеобразовательного учреждения  
«Средняя политехническая школа №33»  
Старооскольского городского округа

Радченкова Константина Павловича

Педагоги-наставники:  
учитель математики  
МАОУ «СПШ №33»  
Косенко Максим Иванович,  
учитель математики  
МАОУ «СПШ №33»  
Провоторова Елена Викторовна

последовательность

Рассмотрим ~~числа~~ на группах:

$$1 \text{ гр.} - 12$$

$$2 \text{ гр.} - 1122$$

$$3 \text{ гр.} - 111222$$

$n \text{ гр.} - n \text{ единиц } n \text{ двоек}$

Заметим, что в каждой группе 2n цифр  $\Rightarrow$  в каждой след. группе на 2 цифры больше чем в прошлой.

Поскольку кол-во цифр в последовательности с 1 по 10101 равно

$$2 \cdot 2 + 2(n-1)$$

$\frac{2 \cdot 2 + 2(n-1)}{2} \cdot n = 10101$ , т.к. кол-во цифр в группах образуют арифм. прогрессию с  $d=2$

$$(2 + (n-1))n = 10101$$

$$2n + n^2 - n = 10101$$

$$n^2 + n = 10101$$

Заметим, что так  $n = 100$ , т.к.  $101^2 + 101 = 10302 > 10101$

При  $n = 100$  кол-во цифр = 10100  $\Rightarrow$  остается еще одна единица, не вошедшая в группу

В 10100 цифрах ровно половина единиц  $\Rightarrow$  их кол-во =  $\frac{10100}{2} = 5050$

Поскольку общее кол-во единиц =  $5050 + 1 = 5051$

Ответ: 5051

Ж

N 2

Пусть  $\cup$  Василия =  $x$   
 $\cup$  Андрея =  $y$  (ка/мин)

Поскольку в основное время Василия =  $30x$

Андрея =  $30y$

Знаем дополнительное время у Андрея =  $30y$ , а у Василия  $30y + 6$ , т.к. он проехал на 6 км больше в основное время

Составим и решим систему уравнений

$$\begin{cases} 30x - 30y = 6 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (30y + 6)x - 30y \cdot y = 5 & \text{т.к. суммарно обогнал на 11, а в осн. время на 6 } 11 - 6 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (30y + 6)x - 30y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - \frac{1}{5} & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (30y + 6)x - 30y^2 = 5 & (2) \end{cases}$$

продолж на след. листе

Положим (1) в (2)

$$(30(x - \frac{1}{5}) + 6)x - 30(x - \frac{1}{5})^2 = 5$$

$$30x^2 - 30x^2 + 12x - \frac{6}{5} = 5$$

$$12x = \frac{31}{5}$$

$$x = \frac{31}{5 \cdot 12} = \text{км/ч}$$

$$x = \frac{31}{60} \cdot 60 = 31 \text{ км/ч}$$

$$y = x - \frac{1}{5} = 30,8 \text{ км/ч}$$

Ответ: 31 км/ч; 30,8 км/ч

55

N 3

$$(x^2 + 10x + q)(x^2 + 10x + q + 18) = 0$$

$$x^2 + 10x + q = 0$$

$$D = 100 - 4q = 4(25 - q)$$

$$x_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{4(25 - q)}}{2} = -5 \pm \sqrt{25 - q}$$

$$x^2 + 10x + q + 18 = 0$$

$$D = 100 - 42 - 4q = 28 - 4q = 4(7 - q)$$

$$x_{1/2} = \frac{-10 \pm \sqrt{4(7 - q)}}{2} = -5 \pm \sqrt{7 - q}$$

П.к. Корень из числа всегда неотрицателен, но может быть 2 прогрессии: возрастающая и убывающая. Корни в числителях будут числа  $-\sqrt{25-q}-5$  и  $\sqrt{25-q}-5$ , т.е. содержат наибольшее положительное значение. Тогда прогрессия может принимать 2 вида:

1) возрастающая

$$-\sqrt{25-q}-5$$

$$-\sqrt{7-q}-5$$

$$\sqrt{7-q}-5$$

$$\sqrt{25-q}-5$$

2) убывающая

$$\sqrt{25-q}-5$$

$$\sqrt{7-q}-5$$

$$-\sqrt{7-q}-5$$

$$-\sqrt{25-q}-5$$

Они отличаются только порядком чисел

прогрессии не чисел

П.р. это арифметическая прогрессия:

10-23

$$\begin{cases} -\sqrt{25-q}-5 = \sqrt{25-q}-5 + 3d \\ -\sqrt{7-q}-5 = \sqrt{7-q}-5 + d \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\sqrt{25-q} = 3d \\ -2\sqrt{7-q} = d \cdot 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2\sqrt{25-q} = 3d \\ -6\sqrt{7-q} = 3d \end{cases}$$

$$-2\sqrt{25-q} + 6\sqrt{7-q} = 0 \quad |:(-2)$$

$$\sqrt{25-q} = 3\sqrt{7-q}$$

$$25-q = 63-9q$$

$$8q = 38$$

$$q = 4,75$$

N	Баллы	Подпись	Расшифровка
1	7	<i>[подпись]</i>	Корникова Н.А.
2	5	<i>[подпись]</i>	Леретская Н.В.
3	7	<i>[подпись]</i>	Белогл Ю.В.
4	0	<i>[подпись]</i>	Кобачева Ж.В.
5	3	<i>[подпись]</i>	Монахова И.А.
		<i>[подпись]</i>	Путинцева В.И.
		<i>[подпись]</i>	Кривоша Р.А.
		<i>[подпись]</i>	Путинцев Т.И.
		<i>[подпись]</i>	Кривкова С.А.

Итого: 22

Потому первое член прогрессии равен  $-\sqrt{25-4,75}-5 = -\sqrt{20,25}-5 = -4,5-5 = -9,5$   
 либо  $\sqrt{25-4,75}-5 = \sqrt{20,25}-5 = 4,5-5 = -0,5$

Ответ: -9,5, -0,5

15

Оценка: первые 3 числа в произведении дают одно число, а каждое следующее <sup>из оставшихся</sup> будет добавлять по одному произведению, а значит по одному числу. Потому общее кол-во чисел равно  $12+1=13$ , а т.к. изначально  $k=0$ , то у последнего числа оно будет равно 12

Пример: Пусть первые 3 числа это единицы. Каждое следующее а будет представлять в виде дроби, где в знаменателе числители двух предыдущих чисел, а в числителе - значениями двух предыдущих чисел и нулевое или число. То есть  $a_4 = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1} = 3$

$$a_5 = \frac{1 \cdot 1 \cdot 3}{1 \cdot 3}$$

$$a_6 = \frac{7 \cdot 3}{3 \cdot 5} \text{ и т.д. } a_{12}$$

Оставаться только нулевое число.

Ответ: 12